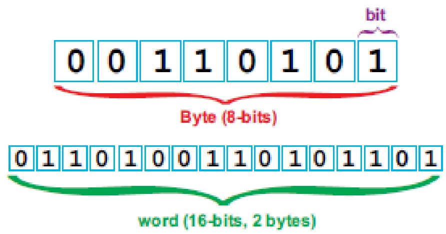
Κεφάλαιο 2ο - Αναπαράσταση δεδομένων σε ψηφιακή μορφή

Οι υπολογιστές χρησιμοποιούν το δυαδικό σύστημα (με βάση το 2) για να αναπαραστήσουν την πληροφορία. Λέγεται δυαδικό γιατί διαθέτει μόνο δύο ψηφία (0 ή 1). Η στοιχειώδης αυτή μορφή πληροφορίας (0 ή 1) ονομάζεται **δυαδικό ψηφίο** ή **bit (binary digit)**.
Όλα τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται από τους υπολογιστές αποθηκεύονται σε κωδικοποιημένη μορφή. Κάθε αρχείο που αποθηκεύεις, κάθε εικόνα που δημιουργείς, κάθε λήψη από το Διαδίκτυο, είναι απλώς ένα σύνολο από bits. Είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζεις τον τρόπο που αποθηκεύονται όλα αυτά τα bits, γιατί επηρεάζει το μέγεθος του χώρου που θα χρησιμοποιήσουν τα δεδομένα, το χρόνο που χρειάζεται για να σταλούν μέσω δικτύου ή την ποιότητα του αρχείου σου. Μπορεί να έχεις ακούσει εκφράσεις όπως: "24-bit βάθος χρώματος", "128-bit κρυπτογράφηση", "32-bit διεύθυνση IP", "8-bit ASCII".

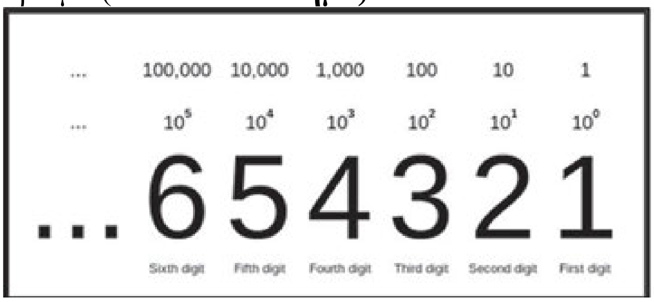
Μια ομάδα των 8 bit, ο υπολογιστής τη διαχειρίζεται ως μια ενότητα, η οποία ονομάζεται **byte**. Αποτελεί την αμέσως πιο σύνθετη μορφή αποθήκευσης και επεξεργασίας δεδομένων μετά το bit και την πιο συνηθισμένη μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας όλων των υπολογιστών.

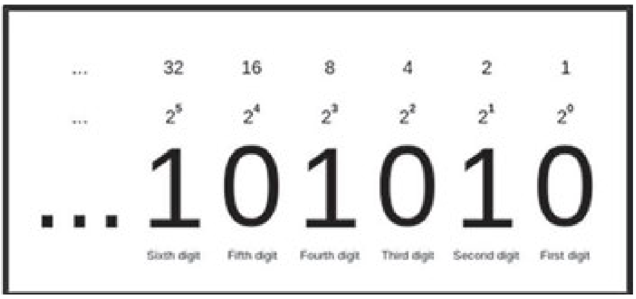


Μία λέξη (**word**) είναι μια μεγαλύτερη ομάδα από bit που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από ένα υπολογιστή σε ένα μόνο κύκλο λειτουργίας του. Το μήκος της δεν είναι σταθερό, αλλά εξαρτάται από πόσα byte μπορεί να διαχειρίζεται ταυτόχρονα η κεντρική μονάδα επεξεργασίας. Οι καταχωρητές των επεξεργαστών έχουν μέγεθος μία λέξη. Οι πρώτοι υπολογιστές τύπου PC είχαν μήκος λέξης 2 byte (16 bits), ενώ οι σύγχρονοι υπολογιστές έχουν μήκος λέξης 8 bytes (64 bits).

2.1 Αριθμητικά Συστήματα

Αριθμητικό σύστημα ή **σύστημα αρίθμησης** είναι ένα σύνολο από κανόνες για την ονομασία και γραφή αριθμών, ώστε να αντιστοιχίζεται αξία κατά τρόπο μοναδικό σε ακολουθίες ψηφίων. Σε όλα τα σύγχρονα συστήματα αρίθμησης η αξία του κάθε ψηφίου εξαρτάται από τη θέση που έχει μέσα στον αριθμό (**Θεσιακό σύστημα**)





Η τάξη των ψηφίων στους δεκαδικούς ακεραίους είναι (από τα δεξιά προς τα αριστερά) μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες κλπ.
Για δυαδικούς ακεραίους είναι (από τα δεξιά προς τα αριστερά) μονάδες, δυάδες, τετράδες, οκτάδες κλπ.

Το ψηφίο με τη μεγαλύτερη τάξη στον αριθμό λέγεται **ψηφίο μέγιστης σημαντικότητας (most significant digit)**. Στους δυαδικούς αριθμούς λέγεται **δυαδικό ψηφίο μέγιστης σημαντικότητας (most significant bit, MSB).** Αντίστοιχα το ψηφίο με τη μικρότερη τάξη λέγεται **ψηφίο ελάχιστης σημαντικότητας (least significant digit/bit, LSB)**.

✘ *Το όνομα ενός συστήματος αρίθμησης προέρχεται από τον αριθμό των ψηφίων που χρησιμοποιεί για την παράσταση των αριθμών*
✘ *Η βάση κάθε συστήματος είναι κατά 1 μεγαλύτερη του μεγαλύτερου ψηφίου του συστήματος*
✘ *Αν η βάση του συστήματος είναι μεγαλύτερη από το δέκα τότε χρησιμοποιούνται τα γράμματα A,B,C,D,E,F,... για την αναπαράσταση των στοιχείων 10,11,12,13,14,15,... του αριθμητικού συστήματος.*

Αντιστοιχία αριθμών για τετράδα δυαδικών αριθμών

δεκαδικό		δεκαεξαδικό		δυαδικό
				2^3 2^2 2^1 2^0 Ισοδυναμούν με **8 4 2 1**
0	=	0	=	0 0 0 0
1	=	1	=	0 0 0 1
2	=	2	=	0 0 1 0
3	=	3	=	0 0 1 1
4	=	4	=	0 1 0 0
5	=	5	=	0 1 0 1
6	=	6	=	0 1 1 0
7	=	7	=	0 1 1 1
8	=	8	=	1 0 0 0
9	=	9	=	1 0 0 1
10	=	A	=	1 0 1 0
11	=	B	=	1 0 1 1
12	=	C	=	1 1 0 0
13	=	D	=	1 1 0 1
14	=	E	=	1 1 1 0
15	=	F	=	1 1 1 1

Τι σημαίνει ο αριθμός 111;

Εξαρτάται από τη **βάση** του συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιούμε.

Βάση ονομάζεται το μέγιστο πλήθος των μοναδικών ψηφίων (συμπεριλαμβανομένου και του 0) που ένα σύστημα αρίθμησης χρησιμοποιεί.

- Η βάση του δεκαδικού συστήματος είναι το 10 που σημαίνει ότι έχουμε δέκα ψηφία (από το 0 έως και το 9) : $1x10^2 + 1x10^1 + 1x10^0 = 100 + 10 + 1 = (111)_{10}$
- Το δυαδικό σύστημα έχει βάση το 2 και για την αναπαράσταση των αριθμών χρησιμοποιούνται τα δύο ψηφία 0 και 1 : $1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = 4 + 2 + 1 = (7)_{10}$
- Το οκταδικό σύστημα έχει βάση το 8 και για την αναπαράσταση των αριθμών χρησιμοποιούνται τα οκτώ ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 και 7 : $1x8^2 + 1x8^1 + 1x8^0 = 64 + 8 + 1 = (73)_{10}$
- Το δεκαεξαδικό σύστημα έχει βάση το 16 και για την αναπαράσταση των αριθμών χρησιμοποιούνται τα δεκαέξι ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E και F :
  $1x16^2 + 1x16^1 + 1x16^0 = 256 + 16 + 1 = (273)_{10}$

Μετατροπή Δυαδικού Αριθμού σε Δεκαδικό

Ο δυαδικός αριθμός $(10110101)_2$ αναλύεται σε άθροισμα γινομένων ως εξής :

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
1	0	1	1	0	1	0	1
x	x	x	x	x	x	x	x
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

ο οποίος αντιστοιχεί στο άθροισμα :

1	0	1	1	0	1	0	**1**
x	x	x	x	x	x	x	**x**
128	64	32	16	8	4	2	1
=	=	=	=	=	=	=	=
128	0	32	16	0	4	0	1

= 1 + 4 + 16 + 32 + 128 = $(181)_{10}$, στον δεκαδικό αριθμό 181

Οκταδικοί και δεκαεξαδικοί αριθμοί

Οι δυαδικοί αριθμοί έχουν το *μειονέκτημα* ότι καταλαμβάνουν πολύ χώρο σε σχέση με την ποσότητα πληροφοριών που μεταφέρουν, καθώς η αναπαράστασή τους απαιτεί μεγάλο αριθμό ψηφίων *(τρεις με τέσσερις φορές περισσότερα ψηφία από τους ισοδύναμους δεκαδικούς)*. Οι δεκαδικοί αριθμοί είναι πιο περιεκτικοί, αλλά δύσκολα μετατρέπονται σε δυαδικούς.

Μια συμβιβαστική λύση αποτελούν οι **οκταδικοί** και οι **δεκαεξαδικοί αριθμοί** - οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά για την παράσταση δυαδικών αριθμών - καθώς διαθέτουν τα **πλεονεκτήματα της σύντομης αναπαράστασης και της εύκολης μετατροπής τους σε δυαδικούς**.

Για παράδειγμα ο αριθμός $(1111111111111111)_2$ *με 16 ψηφία, αντιστοιχεί στον οκταδικό* $(177777)_8$ *με 6 ψηφί) και στον δεκαεξαδικό* $(FFFF)_{16}$ *με 4 ψηφία.*

Επειδή $2^3 = 8$ και $2^4 = 16$, για την αναπαράσταση ενός οκταδικού ψηφίου χρειάζονται το πολύ τρία δυαδικά ψηφία *(8 δυνατοί συνδυασμοί των 3 ψηφίων)*, ενώ για την αναπαράσταση ενός δεκαεξαδικού ψηφίου χρειάζονται το πολύ τέσσερα δυαδικά ψηφία *(16 δυνατοί συνδυασμοί των 4 ψηφίων)*.

Μετατροπή Δυαδικού Αριθμού σε Δεκαεξαδικό

Ο δυαδικός αριθμός $(10110101)_2$ αναλύεται ως εξής :

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
1	0	1	1	0	1	0	1

Πρώτα τον χωρίζουμε σε δύο τετράδες ως εξής :

b7	b6	b5	b4		b3	b2	b1	b0
1	0	1	1		0	1	0	1

Στη συνέχεια αντιστοιχίζουμε την κάθε τετράδα στον αντίστοιχο δεκαδικό αριθμό,

$(11)_{10}$ $\qquad\qquad$ $5_{(10)}$

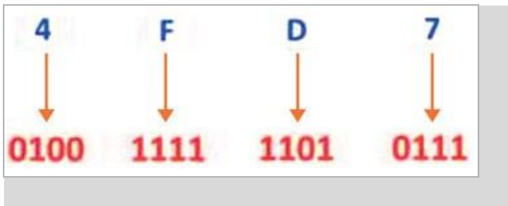
μετατρέπουμε τους δεκαδικούς στο δεκαεξαδικό

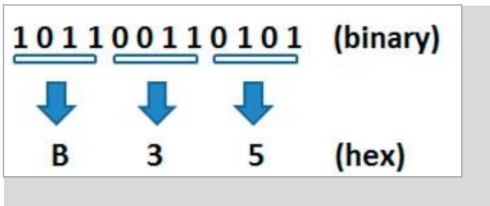
$(11)_{10} = B_{16}$ $\qquad\qquad$ $5_{10} = 5_{16}$

και τους ενώνουμε οπότε προκύπτει ο αριθμός $(B5)_{16}$ ο οποίος αντιστοιχεί στον δεκαεξαδικό αριθμό B5

Μετατροπή δεκαεξαδικού αριθμού σε δυαδικό και αντίστροφα (Εναλλακτικά)

Η μετατροπή ενός δεκαεξαδικού αριθμού σε δυαδικό γίνεται με τη μετατροπή κάθε δεκαεξαδικού ψηφίου στο αντίστοιχο δυαδικό, χρησιμοποιώντας τέσσερα δυαδικά ψηφία (bit). Η μετατροπή από το δυαδικό στο δεκαεξαδικό σύστημα γίνεται με την **ομαδοποίηση των δυαδικών ψηφίων σε ομάδες των τεσσάρων bit**, αρχίζοντας από το ψηφίο ελάχιστης σημαντικότητας (LSB) και μετατρέποντας κάθε ομάδα σε ένα δεκαεξαδικό ψηφίο.





Οι δεκαεξαδικοί αριθμοί έχουν το πλεονέκτημα ότι δύο δεκαεξαδικά ψηφία αντιστοιχούν σε οκτώ bit ή σε ένα byte. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται συχνότερα σε σχέση με τους οκταδικούς αριθμούς

2.2 Μετατροπή βάσης αριθμού

Για τη μετατροπή ενός αριθμού από το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης στο δυαδικό εφαρμόζουμε τον παρακάτω αλγόριθμο.

α. Διαιρούμε τον αρχικό αριθμό με το 2

β. Σημειώνουμε το υπόλοιπο και διαιρούμε το πηλίκο πάλι με το 2.

γ. Επαναλαμβάνουμε το βήμα (β) για όσο το ακέραιο πηλίκο είναι μεγαλύτερο από το 0 (ή μέχρι το ακέραιο πηλίκο να γίνει 0)

δ. Ο δυαδικός αριθμός αποτελείται από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων ξεκινώντας από το τελευταίο (MSB) και καταλήγοντας στο πρώτο (LSB).

Διαιρούμε συνεχώς τον αριθμό στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης (π.χ. 23) με το δύο μέχρι το ακέραιο πηλίκο να γίνει 0.

23:2-> Πηλίκο 11, Υπόλοιπο 1 -> (μονάδες) - ***LSB***

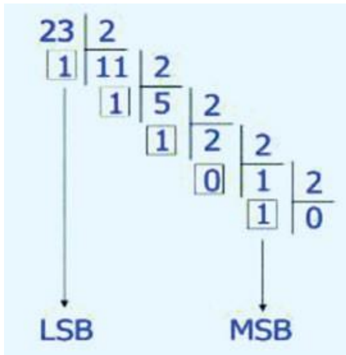
11:2-> Πηλίκο 5, Υπόλοιπο 1 -> (δυάδες)

5:2-> Πηλίκο 2, Υπόλοιπο 1 -> (τετράδες)

2:2-> Πηλίκο 1, Υπόλοιπο 0 -> (οκτάδες)

1:2-> Πηλίκο 0, Υπόλοιπο 1 -> (δεκαεξάδες) - ***MSB***

Σχηματίζουμε τον δυαδικό αριθμό γράφοντας τα υπόλοιπα από το τέλος προς την αρχή. Ο αριθμός $(23)_{10}$ αντιστοιχεί στον αριθμό $(10111)_2$



Η μετατροπή από το δεκαδικό σύστημα σε σύστημα με **βάση r** γίνεται με παρόμοιο τρόπο, διαιρώντας με το r αντί με το 2.

Μετατροπή Δεκαδικού Αριθμού σε Δυαδικό (Εναλλακτικά)

Πρώτα γράφουμε σε μία στήλη το θεσιακό σύστημα των δυαδικών ψηφίων και την αντιστοιχία ως δεκαδικός αριθμός (στήλες Α - Γ).
Στη συνέχεια ελέγχουμε αν ο δεκαδικός αριθμός της μεγαλύτερης τάξης της στήλης Γ χωράει στον δεκαδικό μας αριθμό τον οποίο έχουμε γράψει στη στήλη Δ (π.χ. ο 181) :
Αν δε χωράει (είναι δηλαδή μεγαλύτερος του 181 στην περίπτωση μας) γράφουμε στη στήλη Ε το **0** και συνεχίζουμε με τον δεκαδικό αριθμό της στήλης Γ με την αμέσως μικρότερη τάξη.
Αν ο δεκαδικός αριθμός κάποιας τάξης της στήλης Γ χωράει στον αριθμό μας (είναι δηλαδή μικρότερος ή ίσος του 181 στο παράδειγμα μας) γράφουμε στη στήλη Ε το **1**. Στην περίπτωση αυτή, στην επόμενη γραμμή της στήλης Δ γράφουμε στη θέση του δεκαδικού μας αριθμού, αυτό που περισσεύει (τη διαφορά) αν αφαιρέσουμε από τον δεκαδικό μας αριθμό τον δεκαδικό αριθμό της προηγούμενης θέσης της στήλης Γ.
Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο μέχρι να φτάσουμε στην τάξη 2^0

Α	**Β**		**Γ**	**χωράει ?**	**διαφορά**	**Δ**	**Ε**
θέση	τάξη		δεκαδικός	**Γ ≤ Δ**			
b10 :	2^{10}	=	1024			181	**0**
b9 :	2^{9}	=	512			181	**0**
b8 :	2^{8}	=	256			181	**0**
b7 :	2^{7}	=	128	≤		181	**1**
b6 :	2^{6}	=	64		181 - 128 =	53	**0**
b5 :	2^{5}	=	32	≤		53	**1**
b4 :	2^{4}	=	16	≤	53 - 32 =	21	**1**
b3 :	2^{3}	=	8		21 - 16 =	5	**0**
b2 :	2^{2}	=	4	≤		5	**1**
b1 :	2^{1}	=	2		5 - 4 =	1	**0**
b0 :	2^{0}	=	1	≤		1	**1**

Οπότε στο παράδειγμα μας, προκύπτει ο δυαδικός αριθμός $(10110101)_2$:

b7	b6	b5	b4	b3	b2	b1	b0
1	0	1	1	0	1	0	1

3.3 Αναπαράσταση ακεραίων αριθμών

3.3.1 μη προσημασμένοι ακέραιοι

Ένας μη προσημασμένος ακέραιος είναι ένας ακέραιος χωρίς πρόσημο, δηλ. μηδέν ή θετικός (0,1,2,3,4,...). Δεν υπάρχει υπολογιστής που να μπορεί να αναπαραστήσει όλους τους ακέραιους αριθμούς (άπειροι). **Ο μέγιστος μη προσημασμένος ακέραιος εξαρτάται από τον αριθμό των bits που χρησιμοποιεί ο υπολογιστής για την αναπαράσταση μη προσημασμένων ακεραίων** *(τα περισσότερα συστήματα σήμερα, χρησιμοποιούν 32 bit ή 64 bit ακεραίους)*.
Με n δυαδικά ψηφία (bits), μπορούμε να παραστήσουμε 2^n διαφορετικούς μη προσημασμένους ακεραίους με τιμές στο διάστημα 0 έως 2^n-1 (γιατί;).

Δυαδικά ψηφία (bits)	**Μεγαλύτερος μη προσημασμένος ακέραιος**
8	2^8-1 = 255
16	2^{16}-1 = 65.535
32	2^{32}-1 = 4.294.967.295
64	2^{64}-1 = 18.446.744.073.709.551.615
128	2^{128}-1 = 340.282.366.920.938.463.463.374.607.431.768.211.455

Παράσταση μη προσημασμένων ακεραίων :
Για n=8 bit:
- *μπορούν να αναπαρασταθούν 2^8 = 256 θετικοί αριθμοί.*
- *ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί είναι ο 0 και ποιος ο μεγαλύτερος ακέραιος ο 255.*

<u>Μειονέκτημα</u> : Μπορούν να αναπαρασταθούν μόνο θετικοί αριθμοί.

3.3.2 προσημασμένοι ακέραιοι

Ένας ακέραιος αριθμός όμως, εκτός από θετικός μπορεί να είναι αρνητικός ή μηδέν. Χρησιμοποιούμε το σύμβολο του μείον (-), για να προσδιορίσουμε έναν αρνητικό ακέραιο. Ωστόσο, ένας υπολογιστής μπορεί να αποθηκεύσει μόνο πληροφορίες σε bits, τα οποία μπορούν να έχουν μόνο τις τιμές μηδέν ή ένα. Επομένως, η αποθήκευση των αρνητικών ακεραίων σε έναν υπολογιστή μπορεί να απαιτεί κάποιο ιδιαίτερο τρόπο διαχείρισης.

Παράσταση προσήμου-μέτρου (Sign-Magnitude Representation)

Το πρόσημο ενός αριθμού αναπαρίσταται ξεχωριστά από το μέτρο του.

- Το ψηφίο μέγιστης σημαντικότητας (MSB), είναι το ψηφίο πρόσημο (sign bit), με τη σύμβαση ότι το 0 είναι για τους θετικούς ακεραίους και το 1 για τους αρνητικούς ακεραίους.
- Τα υπόλοιπα n-1 bits αντιπροσωπεύουν το μέτρο (απόλυτη τιμή) (magnitude bits) του ακεραίου.

Παράσταση προσήμου-μέτρου:
Για n=8 bit:
- *μπορούν να αναπαρασταθούν 2^7-1 =127 αρνητικοί αριθμοί και αντίστοιχα 127 θετικοί και το 0*
- *ο μικρότερος ακέραιος αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί είναι ο -127 και ο μεγαλύτερος ο 127.*
- *Το μηδέν έχει δύο τιμές (00000000 και 10000000)*

<u>Μειονέκτημα</u> : Δε μπορεί να γίνει πρόσθεση με έναν αρνητικό αριθμό

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 1 (One's Complement Representation)

- Το ψηφίο μέγιστης σημαντικότητας (MSB), είναι το ψηφίο προσήμου, με τη σύμβαση ότι το 0 είναι για τους θετικούς ακεραίους και το 1 για τους αρνητικούς ακεραίους.
- Τα υπόλοιπα n-1 bits αντιπροσωπεύουν το μέτρο του ακεραίου, ως εξής:
  - αν ο αριθμός είναι θετικός, το μέτρο του δίδεται από τα υπόλοιπα n-1 bits.
  - αν ο αριθμός είναι αρνητικός, το μέτρο του δίνεται από το **συμπλήρωμα ως προς 1** (αντίστροφο) των υπολοίπων n-1 bits. Το συμπλήρωμα ως προς 1 ενός δυαδικού αριθμού βρίσκεται εύκολα αν αντικατασταθούν όλα τα 1 του αριθμού με 0 και όλα τα 0 με 1.

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 1:
Για n=8 bit:
- *μπορούν να αναπαρασταθούν* 2^7*-1 =127 αρνητικοί αριθμοί και αντίστοιχα 127 θετικοί και το 0).*
- *ο μικρότερος ακέραιος αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί είναι ο -127 και ο μεγαλύτερος ο 127.*
- *Το μηδέν έχει δύο τιμές (00000000 και 11111111).*

Μειονέκτημα : Δε μπορεί να γίνει πρόσθεση με έναν αρνητικό αριθμό.

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 2 (Two's Complement Representation)

Η παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο είναι ο πιο συνηθισμένος τρόπος αναπαράστασης ακεραίων κατά τη διάρκεια επεξεργασίας από έναν υπολογιστή.

- Όπως και στις προηγούμενες παραστάσεις, αν το MSB του αριθμού είναι 0, ο αριθμός είναι θετικός και το μέτρο του δίδεται από τα υπόλοιπα n-1 bits.
- Εάν το MSB του αριθμού είναι 1, τότε ο αριθμός είναι αρνητικός. Για να βρούμε το μέτρο του αριθμού, πρέπει να υπολογίσουμε το συμπλήρωμα ως προς 2 **και των n ψηφίων του** (δηλαδή λαμβάνουμε υπόψη και το πρόσημο). Το **συμπλήρωμα ως προς 2** ενός δυαδικού αριθμού βρίσκεται, εάν αντικαταστήσουμε το 0 με 1 και το 1 με 0 (συμπλήρωμα ως προς 1) και στη συνέχεια προσθέσουμε 1.

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 2:
Για n=8 bit:
- *μπορούν να αναπαρασταθούν* 2^7*=128 αρνητικοί αριθμοί και αντίστοιχα 127 θετικοί και το 0.*
- *ο μικρότερος ακέραιος αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί είναι ο -128 και ο μεγαλύτερος ο 127.*
- *Το μηδέν έχει μόνο μία τιμή (00000000)*

Πλεονέκτημα : Μπορεί να γίνει πρόσθεση με έναν αρνητικό αριθμό.

Η παράσταση συμπληρώματος ως προς 2 είναι αυτή που χρησιμοποιείται περισσότερο γιατί:

- Υπάρχει μόνο μία αναπαράσταση για τον αριθμό μηδέν.
- Διευκολύνει και απλοποιεί πολύ την εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων, τόσο για τους θετικούς, όσο και για τους αρνητικούς αριθμούς. Η αφαίρεση μπορεί να γίνει κάνοντας αρνητικό το δεύτερο αριθμό και προσθέτοντάς τον στον πρώτο.

3.4 Η έννοια της υπερχείλισης

Με όποιον τρόπο κι αν παριστάνονται οι αριθμοί σε ένα υπολογιστή, υπάρχει πάντα ένα ανώτερο και ένα κατώτερο όριο στο μέγεθός τους. Τα όρια εξαρτώνται από:

- τον τρόπο παράστασης που χρησιμοποιείται
- τον αριθμό των δυαδικών ψηφίων (bits) που διατίθεται για τους αριθμούς αυτούς

Ο όρος **υπερχείλιση (overflow)** χρησιμοποιείται για να περιγράψει την περίπτωση που το αποτέλεσμα μιας πράξης βρίσκεται εκτός αυτών των ορίων (εκτός του εύρους τιμών).

Στην αριθμητική **με παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο**, η υπερχείλιση συνδέεται με τη μεταφορά κρατούμενων από και προς τη θέση του ψηφίου μέγιστης σημαντικότητας (MSB), κατά τη διάρκεια της πρόσθεσης.